

Vastaa kaikkien kysymysten kaikkiin kohtiin. Kaavakokoelma on tenttipaperin viimeisellä sivulla. Matlabin, omien materiaalien, taulukoiden ja laskimien käyttö on tässä etätentissä poikkeuksellisesti sallittua. Tehtävien ratkaisut löytyvät kokeen jälkeen kurssin Moodle-alueelta. Etätenttiin osallistuminen edellyttää, että jokainen tenttijä sitoutuu tehtäviin vastatessaan olemaan käyttämättä ulkopuolista apua tai muita kuin edellä mainittuja apuvälineitä. *Kirjoita vastaustiedostosi ensimmäiselle sivulle virke: "Olen tehnyt tämän tentin ilman ulkopuolista apua ja ainoastaan sallittuja apuvälineitä käyttäen", ja lisää tekstin perään oma nimikirjoituksesi/nimesi.*

1. Allun mega-apteekki on tilaamassa tukusta käsidesiä ja käsihuuhdetta, jotka ovat kaikki päässeet loppumaan niiden kysynnän ylitettyä Allun kaikki odotukset. Allu on aikeissa tilata kolmen tyyppisiä tuotteita: puolen litran käsidesipulloja, litran käsidesipulloja ja litran käsihuuhdepulloja. Yhden puolen litran käsidesipullon myynnistä Allu saa voittoa 2 euroa kappaleelta ja kummastakin litran pullosta euron kappaleelta. Asiakaskuntansa tuntien Allu arvioi, että puolen litran käsidesipulloja kannattaa tilata korkeintaan 30 kpl enemmän kuin litran käsidesipulloja ja että litran käsihuuhdetta pitää tilata vähintään sama määrä kuin litran käsidesijä. Lisäksi palotarkastajan raporttiin perehdyttyään Allu on tullut siihen johtopäätökseen, että hän ei voi varastoida apteekkinsa tiloihin enempää kuin 180 litraa näitä palavia nesteitä. Liikevoittoa arvostavana yrittäjänä Allun tavoitteena on tilata em. ehdot toteuttava määrä näitä kolmea tuotetta niin, että niiden jälleenmyynnistä saatava voitto olisi mahdollisimman suuri.

- (a) Mallinna edellä esitetty ongelma lineaariseksi optimointiongelmaksi ja ratkaise se Simplex-algoritmia käyttäen. (5p)
- (b) Juuri ennen tilauksen tekemistä Allu tajuaa voivansa varastoida vielä 100 ylimääräistä litraa nesteitä kotinsa autotalliin. Määritä optimaalisen Simplex-taulukon avulla lisääntyneen varastointikapasiteetin mahdollistamat uudet tilausmäärät. Paljonko Allun saama voitto kasvaa tämän mahdollisuuden myötä? (1p)

2. Tarkastellaan LP-ongelmaa (primaalitehtävää), jossa halutaan maksimoida $z = 2x_1 + x_2$ ehdoin

$$x_1 + 2x_2 \leq 10,$$

$$x_1 + x_2 \leq 6,$$

$$x_1 - x_2 \leq 2,$$

$$x_1 - 2x_2 \leq 1,$$

$$x_2 \geq 0, \quad x_1 \text{ rajoittamaton.}$$

- (a) Ratkaise em. primaalitehtävä graafisesti. (2p)
- (b) Standardoi primaalitehtävä ja kirjoita sille duaalinen LP-ongelma. (2p)
- (c) Määritä duaalisen tehtävän optimaalinen ratkaisu ja optimipiste käyttämällä hyväksi a-kohdassa laskettua primaalitehtävän ratkaisua. (2p)

3. Etsi optimaalinen ratkaisu oheisessa taulukossa esitetylle kuljetusongelmalle, jossa reunaehtona on, että päämäärän B kysyntä on tyydytettävä pelkästään lähteen 3 tarjonnalla (ts. taulukossa esiintyvä luku M on muihin kuljetuskustannuksiin verrattuna hyvin suuri). (6p)

| | A | B | C | Tarjonta |
|---------|-----|-----|-----|----------|
| 1 | 2 | M | 0 | 50 |
| 2 | 3 | M | 2 | 150 |
| 3 | 5 | 6 | 7 | 200 |
| 4 | 4 | M | 0 | 30 |
| Kysyntä | 100 | 130 | 200 | 430 |

4. (a) Kahdeksan rohkeaa ja entuudestaan toisilleen tuntematonta sinkkua osallistuu uuteen tosi-tv-spektaakkeliin, jossa heidät jaetaan neljäksi pariiksi ja suljetaan kuuksi viikoksi karanteeniin hervantalaisiin kerrostaloyksiyöihin. Psykologisten testien perusteella jokaisen mahdollisen pariskunnan yhteensopivuutta on arvioitu asteikolla 1-100, ja tulokset ovat alla olevan taulukon mukaiset. Käytä unkari-

| | Neiti 1 | Neiti 2 | Neiti 3 | Neiti 4 |
|---------|---------|---------|---------|---------|
| Herra A | 80 | 65 | 83 | 77 |
| Herra B | 54 | 87 | 61 | 66 |
| Herra C | 92 | 45 | 53 | 59 |
| Herra D | 70 | 61 | 81 | 76 |

laista algoritmia ja auta ohjelman tuottajaa valitsemaan parit niin, että heidän yhteenlaskettu sopivuusprosenttinsa olisi mahdollisimman suuri. (3p)

- (b) Veken Kunitukku Oy myy uusia Roadrunner-merkkisiä kesä- ja talvirenkaita keskimäärin 3700 kappaletta per vuosi. Rengasvalmistaja laskuttaa jokaisesta varaston täydennystilauksesta 420 euroa, ja varastonpidon laskennallinen kustannus on 1,75 euroa vuodessa yhtä rengasta kohti (kustannus koostuu pääasiassa vanhojen varastojen loppuunmyynnin yhteydessä annetuista alennuksista). Pienentääkseen varastointikulujaan ja mahdollistaakseen edulliset jälleenmyyntihinnat Veke sallii puutteet varastonpidossaan ja myy renkaita myös jälkitoimituksena vaikka arvioikin, että yhtä toimittamatonta rengasta kohti aiheutuu menetettyinä asiakkuuksina 4 euron ylimääräinen kustannus vuodessa. Määritä varastonpidon kannalta optimaalinen tilauserän koko, jälkitoimituksessa olevien renkaiden lukumäärä uuden erän saapuessa sekä varastonpidon vuosittaiset kokonaiskustannukset. Kuinka paljon rahaa varastonpidossa säästetään vuodessa verrattuna sellaiseen politiikkaan, jossa puutteita ei sallittaisi? (3p)

Kaavakokoelma

$$\mathbf{x}^* = \left(\frac{a_{22} - a_{21}}{a_{11} + a_{22} - a_{12} - a_{21}}, \frac{a_{11} - a_{12}}{a_{11} + a_{22} - a_{12} - a_{21}} \right)$$

$$\mathbf{y}^* = \left(\frac{a_{22} - a_{12}}{a_{11} + a_{22} - a_{12} - a_{21}}, \frac{a_{11} - a_{21}}{a_{11} + a_{22} - a_{12} - a_{21}} \right)$$

$$v^* = \frac{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}}{a_{11} + a_{22} - a_{12} - a_{21}}$$

$$y^* = \sqrt{\frac{2KD}{h}} \sqrt{\frac{h+p}{p}} \quad S^* = \sqrt{\frac{2K D p}{h(p+h)}} \quad w^* = \sqrt{\frac{2K D h}{p(p+h)}}$$

$$t_0^* = \sqrt{\frac{2K(h+p)}{Dhp}} \quad TCU(y^*, w^*) = \sqrt{\frac{2K D hp}{p+h}}$$

$$y^* = \sqrt{\frac{2KD}{h(1-\frac{D}{\alpha})}} \quad t_0^* = \sqrt{\frac{2K}{Dh(1-\frac{D}{\alpha})}} \quad TCU(y^*) = \sqrt{2K D h \left(1 - \frac{D}{\alpha}\right)}$$

$$C(y) = Dc + \frac{KD}{y} + \frac{1}{2}hy$$