

Differentiaali- ja integraalilaskenta

Tentti 4.3.2021

Lue ohje. Tentti on Moodlessa tehtävä avoin etätentti. Käytä Wolframia/Matlabia tms. tentin aikana laskujesi tarkistamiseen. Tästä syystä *emme anna pisteitä oikeista vastauksista, vaan selkeistä, siististi kirjoitetuista loogisesti etenevistä välivaiheista*. Esitä siis meille osaamistasi ☺

Tenttiaika 17:00-20:00, palautus aloitettava viimeistään kello 20:00 (linkki sulkeutuu kello 20:20).

Palautusohje: Kirjoita (joko käsin tai tietokoneella) kukin tehtävä *siististi erillisille* sivu(i)lle. Muunna ratkaisusi .pdf-muotoon. Tarkista, että vastauksesi on luettavissa (jos tarkastaja ei saa selvää vastauksesta, pisteitä ei tipu). Muodosta *yksi* pdf-tiedosto, jossa ratkaisusi ovat kasvavassa järjestyksessä 1,2,3,4. Samalla pdf-sivulla *ei saa olla kahta eri tehtävää*.

Vähennämme pisteitä tenttisuorituksesta, mikäli palautus *ei ole* ohjeen mukainen.

Palauta ratkaisusi **Moodleen** (kohta: Tenttipalautus 22.04.2020). **Muuta kautta palautuksia ei oteta vastaan.**

1. Tarkastellaan integraalia

$$\int_0^{\infty} x^{\alpha} \sin(x^{\beta}) dx.$$

Millä parametrien arvoilla $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ integraali suppenee ja millä hajaantuu?

2. Tarkastellaan Taylorin sarjan jäännöstermiä $R_n(x)$, joka annettu Taylorin lauseessa. Johda tästä jäännöstermin integraalimuoto

$$R_n(x) = \int_c^x \frac{f^{(n+1)}(t)}{n!} (x-t)^n dt.$$

3. Tarkastellaan differentiaaliyhtälöön

$$y''' + ay'' + by' + cy = f(x)$$

liittyviä alkuarvo-ongelmia. Muotoile alkuarvo-ongelma. Mitä voit sanoa homogeenisen yhtälön ratkaisujen muodosta? Miten otat huomioon funktion $f(x)$? Miten ratkaisut rakentuvat?

4. Todista prujun Lause 6.3.7.