FYS-1130 Insinöörifysiikka II teoria ja laboratorioharjoitukset / Niemi

1. välikoe 18.10.2017

Kokeessa saa olla mukana laskin, jos se ei ole ohjelmoitava.
Kaavoja ja vakioita kääntöpuolella.

1. Eristemateriaalista tehdyn umpinaisen pallon säde on R ja se on varattu varauksella Q, joka on jakautunut tasaisesti koko kappaleeseen. Johda Gaussin lain avulla sähkökenttä (suuruus ja suunta) r:n funktiona alueilla $r < R$ ja $r > R$, kun r on etäisyys pallon keskipisteestä. Muista perustella laskun välivaiheet ja valitsemasi Gaussin pinta/pinnat.

2. Varaus $q = 12.0\mu\mathrm{C}$ liikkuu alueella, jossa sähköinen potentiaalifunktio on $V = (14.0\mathrm{V/m^3})x^3 - (16.5\ \mathrm{V/m^2})zx - 1.20\ \mathrm{V}$.
a) Laske alueella vaikuttava sähkökenttä.
b) Varaus liikkuu pisteestä $(0.10\mathrm{m}, 0{,}0)$ pisteeseen $(0.30\mathrm{m}, 0, 0\mathrm{m})$. Laske kentän tekemä työ.
c) Mitä tapahtuu varauksen potentiaalienergialle?

3. Ilmaeristeisen tasokondensaattorin levyt ovat ympyränmuotoisia (säde 10.0 cm) ja levyjen välinen etäisyys on 0.14 mm. Levyillä on varaukset $+q$ ja $-q$, $q = 3.4 \cdot 10^{-9}\mathrm{C}$.
a) Laske potentiaaliero levyjen välillä.
b) Levyjen välinen tila täytetään eristeellä, jonka eristevakio K = 1.25. Kuinka suuri potentiaaliero levyjen välillä nyt on?
c) Todellisuudessa väliaine ei ole täydellinen eriste, vaan sen resistiivisyys $\rho = 7.5 \cdot 10^{14}\Omega \cdot \mathrm{m}$. Laske kondensaattorin vuotovirta, kun varaus purkautuu hiljalleen väliaineen läpi.

4. Tarkastellaan x -akselilla olevaa pitkää suoraa johdinta, jonka toinen pää on origossa ja toinen pisteessä $x = 10.0\mathrm{cm}$. Samassa alueessa vallitsee magneettikenttä $\overline{\boldsymbol{B}} = (2.5\mathrm{T/m})x\hat{\boldsymbol{j}} + (2.5\mathrm{T/m})x\hat{\boldsymbol{k}}$. Laske johtimeen vaikuttava kokonaisvoima, kun johtimessa kulkee virta 3.0 mA poispäin origosta.

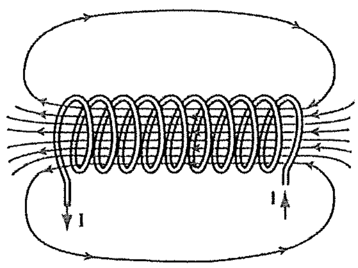
5. Pitkän, suoran solenoidin magneettikentälle voidaan johtaa $B = \mu_0 nI$ allaesitetyn mukaisesti.
a) Perustele numeroidut välivaiheet 1-8. Määrittele (geometrinen) alue, jossa $B = \mu_0 nI$ on voimassa.
b) Solenoidissa on 400 kierrosta 7.5 cm:n matkalla, ja sen sisällä on terässydän, jonka suhteellinen permittiivisyys $K_m = 500$ pienillä (alle 0.1mT:n) ulkoisen kentän arvoilla ja $K_m = 7000$ sitä suuremmilla. Laske magneettikentän suuruus terässydämessä, kun solenoidissa kulkee 12 mA:n virta. Kuinka suuri on tällöin teräksen magnetisaatio?

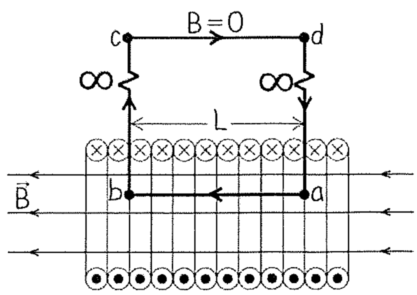
$$\oint \overline{\boldsymbol{B}} \cdot \overline{\boldsymbol{dl}} \overset{1}{=} \underbrace{\int_a^b \overline{\boldsymbol{B}} \cdot \overline{\boldsymbol{dl}}}_{2} + \underbrace{\int_b^c \overline{\boldsymbol{B}} \cdot \overline{\boldsymbol{dl}}}_{3} + \underbrace{\int_c^d \overline{\boldsymbol{B}} \cdot \overline{\boldsymbol{dl}}}_{4} + \underbrace{\int_d^a \overline{\boldsymbol{B}} \cdot \overline{\boldsymbol{dl}}}_{3}$$

$$= \int_a^b B dl + 0 + 0 + 0$$

$$\overset{5}{=} B \int_a^b dl = BL \overset{6}{=} \mu_0 I_{encl} \overset{7}{=} \mu_0 (NI)$$

$$\overset{8}{\Rightarrow} B = \mu_0 \frac{N}{L} I = \underline{\mu_0 nI}$$





Poikkileikkauskuva solenoidista.

FYS-1130 Insinöörifysiikka II teoria ja laboratorioharjoitukset / Niemi

Kokeessa mahdollisesti tarvittavia kaavoja ja vakioita

Kaavoja

$\overline{\boldsymbol{A}} \times \overline{\boldsymbol{B}} = (A_y B_z - A_z B_y)\hat{\boldsymbol{\imath}} + (A_z B_x - A_x B_z)\hat{\boldsymbol{\jmath}} + (A_x B_y - A_y B_x)\hat{\boldsymbol{k}}$

$\overline{\boldsymbol{A}} \cdot \overline{\boldsymbol{B}} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z = AB\cos\phi$

$\vec{\boldsymbol{\nabla}} = \left(\frac{\partial}{\partial x}\hat{\boldsymbol{\imath}} + \frac{\partial}{\partial y}\hat{\boldsymbol{\jmath}} + \frac{\partial}{\partial z}\hat{\boldsymbol{k}}\right)$

1. välikokeen alue

$\overline{\boldsymbol{F}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}\hat{\boldsymbol{r}}$

$\overline{\boldsymbol{E}} = \frac{\overline{F}}{q_0}$

$\overline{\boldsymbol{E}} = \int \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r^2}\hat{\boldsymbol{r}}$

$p = qd$

$\overline{\boldsymbol{\tau}} = \overline{\boldsymbol{p}} \times \overline{\boldsymbol{E}}$

$U = -\overline{\boldsymbol{p}} \cdot \overline{\boldsymbol{E}}$

$\Phi_E = \overline{\boldsymbol{E}} \cdot \overline{\boldsymbol{A}}$

$\Phi_E = \oint \overline{\boldsymbol{E}} \cdot \boldsymbol{d\overline{A}} = \frac{Q_{encl}}{\varepsilon_0}$

$W = \int_a^b \overline{\boldsymbol{F}} \cdot \overline{\boldsymbol{dl}} = -\Delta U$

$U = \frac{q_0}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i>1}\frac{q_i}{r_{0,i}}$

$V = \frac{U}{q_0}$

$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{dq}{r}$

$W_{ab} = q_0(V_a - V_b) = U_a - U_b$

$V_a - V_b = \int_a^b \overline{\boldsymbol{E}} \cdot \overline{\boldsymbol{dl}}$

$\overline{\boldsymbol{E}} = -\vec{\boldsymbol{\nabla}} V$

$C = \frac{Q}{V}$

$C = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$

$U = \frac{1}{2}QV$

$u = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$

$C = KC_0$

$E = \frac{E_0}{K}$

$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$

$I = \frac{dQ}{dt}$

$\overline{\boldsymbol{J}} = n\,q\,\overline{\boldsymbol{v_d}}$

$\overline{\boldsymbol{E}} = \rho\overline{\boldsymbol{J}}$

$\rho = \rho_0(1 + \alpha(T - T_0))$

$R = \rho\frac{d}{A}$

$V = RI$

$\mathcal{E} = V_{ab} = V_a - V_b$

$\Delta V_{circuit} = 0$

$P = V_{ab}I$

$\sum I = 0$

$q(t) = C\mathcal{E}\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$

$\overline{\boldsymbol{F}} = q\overline{\boldsymbol{v}} \times \overline{\boldsymbol{B}}$

$\Phi_B = \oint \overline{\boldsymbol{B}} \cdot \boldsymbol{d\overline{A}} = 0$

$\oint \overline{\boldsymbol{B}} \cdot \boldsymbol{d\overline{A}} = 0$

$\overline{\boldsymbol{dF}} = I\overline{\boldsymbol{dl}} \times \overline{\boldsymbol{B}}$

$\overline{\boldsymbol{\mu}} = NI\overline{\boldsymbol{A}}$

$\overline{\boldsymbol{\tau}} = \overline{\boldsymbol{\mu}} \times \overline{\boldsymbol{B}}$

$U = -\overline{\boldsymbol{\mu}} \cdot \overline{\boldsymbol{B}}$

$\overline{\boldsymbol{B}} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q\,\overline{v}\times\hat{r}}{r^2}$

$\overline{\boldsymbol{dB}} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\overline{dl}\times\hat{r}}{r^2}$

$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

$B = \mu_0 nI$

$\oint \overline{\boldsymbol{B}} \cdot \overline{\boldsymbol{dl}} = \mu_0 I_{encl}$

$\overline{\boldsymbol{B}} = K_m\overline{\boldsymbol{B_0}}$

$\overline{\boldsymbol{B}} = \overline{\boldsymbol{B_0}} + \mu_0\overline{\boldsymbol{M}}$

2. välikokeen alue

$\mathcal{E} = -N\frac{d\Phi_B}{dt}$

$\mathcal{E} = \oint \overline{\boldsymbol{E}} \cdot \overline{\boldsymbol{dl}}$

$\oint \overline{\boldsymbol{E}} \cdot \overline{\boldsymbol{dl}} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$

$\oint \overline{\boldsymbol{B}} \cdot \overline{\boldsymbol{dl}} = \mu_0 I_{encl} + \mu_0\varepsilon_0\frac{d}{dt}(\Phi_E)$

$M = N_2\frac{\Phi_{B2}}{i_1}$

$V_{ab} = L\frac{di}{dt}$

$L = N\frac{\Phi_B}{i}$

$U = \frac{1}{2}Li^2$

$u = \frac{1}{2K_m\mu_0}B^2$

$i(t) = \frac{\mathcal{E}}{R}\left(1 - e^{-\left(\frac{R}{L}\right)t}\right)$

$E = cB$

$c^2 = \frac{1}{\mu_0\varepsilon_0}$

$\overline{\boldsymbol{E}} = E_{max}\hat{\boldsymbol{\jmath}}\cos(kx \mp \omega t)$

$\overline{\boldsymbol{B}} = \pm B_{max}\hat{\boldsymbol{k}}\cos(kx \mp \omega t)$

$n = \frac{c}{v} = \sqrt{KK_m}$

$\overline{\boldsymbol{S}} = \frac{1}{\mu_0}\overline{\boldsymbol{E}} \times \overline{\boldsymbol{B}}$

$I = \frac{P_{ave}}{A} = S_{ave}$

$I = \frac{1}{2}\varepsilon_0 c E_{max}{}^2$

$P_{rad} = {}^{I}/_{c}$

$d\sin\theta = m\lambda$

$\sin\theta = \frac{m\lambda}{a}$

$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$

$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$

$l = l_0 \cdot \sqrt{1 - u^2/c^2}$

$x' = \gamma(x - ut)$

$y' = y;\ z' = z$

$t' = \gamma\left(t - \frac{ux}{c^2}\right)$

$v_x' = \frac{v_x - u}{1 - \frac{uv_x}{c^2}}$

$\overline{\boldsymbol{p}} = \gamma m\overline{\boldsymbol{v}}$

$E = K + mc^2$

$E = \gamma mc^2$

$E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2$

$E_f = hf = \frac{hc}{\lambda}$

$E = pc$

$K_{max} = hf - \Phi = eV_0$

$\lambda = \frac{h}{p}$

$hf = E_f - E_i$

$E_n = -13.60\ \text{eV}\frac{1}{n^2}$

$\Delta x\Delta p_x \geq \frac{1}{2}\hbar$

$\Delta E\Delta t \geq \frac{1}{2}\hbar$

$\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial}{\partial x^2}\psi(x) + U(x)\,\psi(x)\right) = E\,\psi(x)$

$\mathrm{P}(x) = |\Psi(x,t)|^2$

$\mathrm{P}(x, x+dx) = |\Psi(x,t)|^2 dx$

$E_n = \frac{h^2}{8mL^2}n^2$

$\psi(x) = \sqrt{\frac{2}{L}}\,\sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$

$L = \sqrt{l(l+1)}\hbar$

$n = 1,2,3,\ldots$

$l = 0,1,2,\ldots,n-1$

$m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots, \pm l$

$E_B = \Delta mc^2$

$Q = (\sum m_i - \sum m_f)c^2$

$N(t) = N_o e^{-\lambda t}$

$A = \left|\frac{dN}{dt}\right|$

Vakioita

$e = 1.602 \cdot 10^{-19}\text{C}$

$\varepsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12}\ \text{C}^2/\text{Nm}^2$

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\text{Tm/A}$

$1\text{eV} = 1.602 \cdot 10^{-19}\text{J}$

$m_p = 1.007276\ \text{u}$

$m_n = 1.008665\ \text{u}$

$m_e = 0.000548580\ \text{u}$

$\text{u} = 1.660538782 \cdot 10^{-27}\text{kg}$

$c = 3 \cdot 10^8\text{m/s}$

$c^2 = 931.5\ \text{MeV/u}$

$h = 6.626 \cdot 10^{-34}\text{Js}$

$\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1.055 \cdot 10^{-34}\text{Js}$