

MAT-02700 Operaatiotutkimus (syksy 2017)
Tentti 13.12.2017 / Mattila

Vastaa kaikkien kysymysten kaikkiin kohtiin. Kaavakokoelma on kääntöpuolella, omien materiaalien tai taulukoiden käyttö tentissä on kielletty. Funktiolaskimien käyttö sallittu.

- (a) ChinaTech valmistaa kahden tyyppisiä tuotteita: tulostimia ja näppäimistöjä. Yhdestä tulostimesta saadaan voittoa 30 €, yhdestä näppäimistöstä 20 €. Kummankin tuotteen valmistukseen kuuluu kaksi ihmistyövoimaa vaativaa työvaihetta: juottaminen ja kokoaminen. Tulostimen valmistamiseen tarvitaan 2 työtuntia juottamista ja 1 tunti kokoamista, näppäimistön valmistukseen 1 tunti kumpaakin. ChinaTechillä on viikoittain käytössään 1000 työtuntia juottamiseen ja 800 työtuntia kokoamiseen. Raaka-aineiden saatavuudessa ei ole rajoituksia, mutta tulostimia menee viikossa kaupaksi enintään 350 kappaletta. ChinaTech haluaa maksimoida viikoittaisen tuoton, kuinka monta tulostinta ja näppäimistöä sen kannattaa silloin viikon aikana valmistaa? Ratkaise ongelma graafisesti. (3p)

(b) Laske kaikille kolmelle resurssityypille yksikköarvot. Mitä resurssia kannattaa pyrkiä ensisijaisesti lisäämään, jotta ChinaTechin voitto kasvaisi mahdollisimman paljon? (3p)
2. Ratkaise Simplex-algoritmia käyttäen LP-ongelma, jossa tehtävänä on maksimoida $z = 2x_1 + x_2 + 4x_3$ ehdoin

$$\begin{aligned}2x_1 + 4x_2 &\leq 4, \\x_1 - x_2 + x_3 &\leq 2, \\2x_1 + 2x_2 + 2x_3 &\leq 6, \\x_1, x_2, x_3 &\geq 0.\end{aligned}\quad (6p)$$

3. Etsi oheiselle kuljetusongelmalle käypä aloituskantaratkaisu ja määritä optimaalinen ratkaisu kuljetusalgoritmin avulla (taulukon ij -alkio on yksikkökuljetuskustannus lähteestä i päämäärään j). (6p)

	1	2	3	4	Tarjonnat
1	2	3	5	6	5
2	2	1	3	5	10
3	3	8	4	6	15
	12	8	4	6	30
	Kysynät				

- (a) Karhukopla aikoo murtautua Roope-sedän rahasäiliöön. Ajanpuutteen vuoksi he joutuvat käyttämään jotakin kolmesta vanhasta ryöstösuunnitelmastaan 1, 2 tai 3. Roope-sedällä puolestaan on kolme rahasäiliön puolustus suunnitelmaa A, B ja C, joista jokainen on suunniteltu vastavedoksi jollekin Karhukoplan aikaisemmin käyttämälle strategialle. Seuraavalla sivulla olevaan matriisiin on arvioitu Karhukoplan saama ryöstösaalis satoina tuhansina euroina kussakin eri tilanteessa (molemmat osapuolet ovat tietoisia toistensa strategioista mutta eivät toistensa valinnoista). Käytä apuna dominanssia ja määritä optimaalinen strategia kummallekin pelaajalle. Kuinka suuren ryöstösaaliin Karhukopla tällöin keskimäärin saa? (3p)

	A	B	C
1	0	4	5
2	2	0	3
3	6	1	0

- (b) Yritys tarvitsee erästä tuotetta vuodessa 420 yksikköä, eikä tuotteiden loppumista voida sallia. Yhden tuotteen varastointi maksaa 2 € kappaleelta vuodessa. Jokaisesta tilauksesta peritään 40 € käsittely- ja toimitusmaksuja. Tuotteista maksettava hinta määräytyy oheiseen taulukkoon merkittyjen paljousalennusten mukaisesti. Yhtiö haluaa minimoida ostohinnoista, tilauksista ja varastoinnista aiheutuvat kokonaiskustannukset. Määritä optimaalinen tilauserän koko, optimaalinen tilausväli sekä optimaalisen varastopolitiikan kokonaiskustannukset. (3p)

Tilauserän koko	Tuotteen yksikköhinta
0 – 99	20.00 €
100 – 199	19.50 €
200 – 499	19.00 €
500–	18.75 €

Kaavakokoelma

$$\mathbf{x}^* = \left(\frac{a_{22} - a_{21}}{a_{11} + a_{22} - a_{12} - a_{21}}, \frac{a_{11} - a_{12}}{a_{11} + a_{22} - a_{12} - a_{21}} \right)$$

$$\mathbf{y}^* = \left(\frac{a_{22} - a_{12}}{a_{11} + a_{22} - a_{12} - a_{21}}, \frac{a_{11} - a_{21}}{a_{11} + a_{22} - a_{12} - a_{21}} \right)$$

$$v^* = \frac{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}}{a_{11} + a_{22} - a_{12} - a_{21}}$$

$$y^* = \sqrt{\frac{2KD}{h}} \sqrt{\frac{h+p}{p}} \quad S^* = \sqrt{\frac{2K D p}{h(p+h)}} \quad w^* = \sqrt{\frac{2K D h}{p(p+h)}}$$

$$t_0^* = \sqrt{\frac{2K(h+p)}{Dhp}} \quad TCU(y^*, w^*) = \sqrt{\frac{2K D hp}{p+h}}$$

$$y^* = \sqrt{\frac{2KD}{h(1-\frac{D}{\alpha})}} \quad t_0^* = \sqrt{\frac{2K}{Dh(1-\frac{D}{\alpha})}} \quad TCU(y^*) = \sqrt{2KDh \left(1 - \frac{D}{\alpha}\right)}$$

$$C(y) = Dc + \frac{KD}{y} + \frac{1}{2}hy$$