

MAT-02700 Operaatiotutkimus (syksy 2018)
Tentti 11.12.2018 / Mattila

Vastaa kaikkien kysymysten kaikkiin kohtiin. Kaavakokoelma on kääntöpuolella, omien materiaalien tai taulukoiden käyttö tentissä on kielletty. Funktiolaskimien käyttö sallittu. Tehävien ratkaisut löytyvät kokeen jälkeen kurssin Moodle-alueelta.

1. Tarkastellaan LP-ongelmaa (primaalitehtävää), jossa halutaan maksimoida

$$z = x_1 - 3x_2 \text{ ehdoin}$$

$$-x_1 + 2x_2 \leq 6,$$

$$2x_1 + x_2 \geq 4,$$

$$x_1 \leq 4,$$

$$x_1, x_2 \geq 0.$$

- (a) Ratkaise em. primaalitehtävä graafisesti. (2p)
- (b) Standardoi primaalitehtävä ja kirjoita sille duaalinen LP-ongelma. (2p)
- (c) Määritä duaalisen tehtävän optimaalinen ratkaisu ja optimipiste käyttämällä hyväksi a-kohdassa laskettua primaalitehtävän ratkaisua. (2p)
2. Kirjakustantamo Järkäle on aikeissa ottaa uusintapainoksen kolmesta historiabestselleristään "Ensimmäinen Puunilaissota" (P1), "Toinen Puunilaissota" (P2) ja "Kolmas Puunilaissota" (P3). Vaihtelevasta kuvituksen määrästä johtuen kunkin kirjatyyppin painamiseen tarvitaan tietty määrä erikoispainopaperia, jota on vain 60 yksikköä saatavilla. Myös kirjoista saatava tuotto vaihtelee kirjatyyppin mukaan. Tarvittavan erikoispainopaperin määrät ja eri kirjatyypeistä saatavat tuotot on koottu alla olevaan taulukkoon. Koko henkilöstön työllistettynä pitämiseksi ja lomautusten välttämiseksi tulee

	P1	P2	P3
1000 kopiaan tarvittavan erikoispainopaperin määrä	3	2	1
1000 kopiosta saatava tuotto	900 €	800 €	300 €

kirjojen yhteenlasketun painomäärän olla vähintään 50000 kappaletta. Kirjoista (P1) ja (P2) on puolestaan ilmestynyt painoksia jo aiemmin, minkä seurauksena kustantamo ennustaa niiden yhteenlasketun menekin olevan korkeintaan 15000 kappaletta. Kustantamo haluaa luonnollisesti maksimoida kirjojen myynnistä saatavan tuoton.

- (a) Mallinna edellä kuvattu tilanne LP-tehtäväksi ja ratkaise se oman valintasi mukaan joko M -menetelmää tai kaksivaihemenetelmää käyttäen. (5p)
- (b) Kilpaileva kustantamo on tarjoutunut myymään itselleen tarpeettomaksi jäänyttä erikoispainopaperia Järkäleelle hintaan 600 euroa yksiköltä. Päättele (a)-kohdan optimaalisen Simplex-tilauksen avulla, kannattaako tarjous hyväksyä ja kuinka monta yksikköä Järkäleen kannattaa tällöin ostaa. (1p)
3. Tarkastellaan seuraavalla sivulla olevaa kuljetusmallin taulukkoa ja siinä näkyvissä olevaa ratkaisua (yksikkökuljetuskustannukset ovat euroja).
- (a) Onko mallia jouduttu tasapainottamaan, ja jos on, niin miten? Entä onko mallissa reittejä, joita ei todellisuudessa voida käyttää? (1p)
- (b) Osoita, että taulukossa tällä hetkellä näkyvissä oleva ratkaisu on optimaalinen ja laske sitä vastaava optimaalinen kokonaiskuljetuskustannus. (3p)

- (c) Kilpaileva kuljetusyrittäjä ilmoittaa pystyvänsä hoitamaan reitin $1 \rightarrow A$ kuljetukset nykyistä halvemmalla. Tutki, kuinka alas reitin yksikkökuljetuskustannukset pitäisi saada, jotta reittiä kannattaisi alkaa käyttää. (1p)
- (d) Kuinka monta kuljetusta reitille $1 \rightarrow A$ tullaan kohdistamaan jos oletetaan, että (c)-kohdassa kuvattu alennus toteutuu ja että uuteen optimiin päästään yhdellä iteraatiolla? (1p)

	A	B	C	Tarjonta
1	12	10	6	60
2	4	15	3	40
3	9	7	M	30
4	11	8	6	80
(5)	0	0	0	20
Kysyntä	90	50	90	230

4. (a) Ratkaise graafisesti oheinen 2×4 -peli. (3p)

$$\begin{array}{c|cccc}
 & B_1 & B_2 & B_3 & B_4 \\
 A_1 & 3 & 2 & 4 & 0 \\
 A_2 & -2 & 1 & -4 & 5
 \end{array}$$

- (b) Yrityksen erästä tuotetta myydään joka kuukausi keskimäärin 30 yksikköä, ja jokaisesta täydennyserän tilaamisesta aiheutuu 15 euron kiinteä kustannus. Itse tuotteiden valmistus puolestaan maksaa 5 euroa yksiköltä. Oletetaan lisäksi, että tuotteiden varastointikustannukset ovat 0.30 euroa yksiköltä kuukaudessa ja että varaston ollessa tyhjiällä aiheutuu jokaisesta toimittamatta jääneestä tuotteesta 3 euron ylimääräinen puutekustannus kuukautta kohti. Määritä varastointikustannusten kannalta optimaalinen tilauserän koko, tilausväli sekä varastonpidosta aiheutuvat kokonaiskustannukset. (3p)

Kaavakokoelma

$$\mathbf{x}^* = \left(\frac{a_{22} - a_{21}}{a_{11} + a_{22} - a_{12} - a_{21}}, \frac{a_{11} - a_{12}}{a_{11} + a_{22} - a_{12} - a_{21}} \right)$$

$$\mathbf{y}^* = \left(\frac{a_{22} - a_{12}}{a_{11} + a_{22} - a_{12} - a_{21}}, \frac{a_{11} - a_{21}}{a_{11} + a_{22} - a_{12} - a_{21}} \right)$$

$$v^* = \frac{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}}{a_{11} + a_{22} - a_{12} - a_{21}}$$

$$y^* = \sqrt{\frac{2KD}{h}} \sqrt{\frac{h+p}{p}} \quad S^* = \sqrt{\frac{2K D p}{h(p+h)}} \quad w^* = \sqrt{\frac{2K D h}{p(p+h)}}$$

$$t_0^* = \sqrt{\frac{2K(h+p)}{D h p}} \quad TCU(y^*, w^*) = \sqrt{\frac{2K D h p}{p+h}}$$

$$y^* = \sqrt{\frac{2KD}{h(1-\frac{D}{\alpha})}} \quad t_0^* = \sqrt{\frac{2K}{D h (1-\frac{D}{\alpha})}} \quad TCU(y^*) = \sqrt{2K D h \left(1 - \frac{D}{\alpha}\right)}$$

$$C(y) = Dc + \frac{KD}{y} + \frac{1}{2}hy$$