

MAT-02700 Operaatiotutkimus (syksy 2016)
Tentti 21.12.2016 / Mattila

Vastaa kaikkien kysymysten kaikkiin kohtiin. Omien materiaalien tai taulukoiden käyttö tentissä on kielletty. Funktiolaskimien käyttö on sallittu. Tehtäväpaperia ei tarvitse palauttaa.

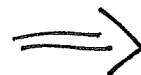
1. Arska on koneyrittäjä, joka aikoo tehdä urakkatarjouksen erään alueen talvikunnossapidosta. Urakointi sisältää teiden aurauksen ja hiekoituksen tarpeen mukaan. Kokemuksensa perusteella Arska arvioi, että auraus- ja hiekoituspäiviä tulee talven aikana yhteensä vähintään 25 ja enintään 30 (voidaan olettaa, että yhtenä työpäivänä tarvitsee tehdä vain yhtä työtä). Lisäksi hiekoituspäivien osuus kaikista työpäivistä on vähintään 40% ja enintään 46%. Yhden aurauspäivän kalustokustannukset ovat 260 euroa, yksi hiekoituspäivä puolestaan maksaa Arskalle 130 euroa (hintoihin sisältyvät polttoaineet, huollot, varaosat, hiekat yms.). Myös osittaiset työpäivät ovat mahdollisia, eli auraus- ja hiekoituspäivien lukumäärien ei tarvitse välttämättä olla kokonaislukuja.

- (a) Ratkaise LP-ongelma graafisesti ja määritä ylä- ja alaraja sille, kuinka paljon urakoinnista voi aiheutua Arskalle kalustokustannuksia. (4p)
- (b) Arska haluaa varautua myös siihen, että hän voi joutua uusimaan hiekoituskalustoaan. Tällöin Arska joutuu myös nostamaan hiekoituspäivälle laskettua yksikköhintaa. Kuinka paljon hiekoituspäivän kustannus voi nousta ilman, että a-kohdassa lasketut optimipisteet muuttuvat? (2p)

2. Ratkaise Simplex-algoritmia käyttäen seuraava LP-ongelma:

$$\begin{aligned} \text{Maksimoi} \quad & z = 2x_1 + 4x_2 + 7x_3 \\ \text{ehdoin} \quad & 2x_1 + 3x_2 + 6x_3 \leq 18, \\ & x_2 \leq 5, \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0. \end{aligned} \quad (6p)$$

3. (a) Kirjoita tehtävän 2 LP-ongelmalle duaalinen ongelma (pelkkä muotoilu riittää, probleemaa ei tarvitse ratkaista). (2p)
- (b) Selitä lyhyesti, miten tasapainotetaan kuljetusmalli, jossa tarjontaa on joko liikaa tai liian vähän kysyntään verrattuna. (2p)
- (c) Anna esimerkki 2×2 -nollasummapelistä, jossa on satulapiste. (2p)



4. Rape on intohimoinen keskioluen ystävä, jonka juomaharrastus on saanut niin suuret mittasuhteet, että hänelle on syntynyt varastointiongelma (korostettakoon, että Rape on täysin fiktiivinen henkilö, mahdolliset samankaltaisuudet todellisten henkilöiden kanssa ovat puhtaasti sattumanvaraisia). Rape siemailee mallasjuomaa vakionopeudella 72 tölkkiä viikossa, eikä kaljan puutetta tietenkään voida sallia. Rapella itsellään ei ole jääkaappia, mutta hän on onnistunut vuokraamaan naapureiltaan ja ryyppykavereiltaan jääkaappitilaa hintaan 0, 10 euroa tölkiltä viikossa.

Rapella on kaksi vaihtoehtoa täydentää varastoaan. Hän voi hakea oluensa taksilla lähikaupasta, mistä aiheutuu kustannuksia 10 euroa. Toinen vaihtoehto on varata pakettimatka ja hakea kaljat Virossa, jolloin yhdelle ostosmatkalle tulee hintaa 90 euroa.

- (a) Määritä kummallekin hankintatavalle optimaalinen tilauserän koko, optimaalisen varastopolitiikan kustannukset sekä optimaalinen tilausväli. (4p)
- (b) Otetaan sitten huomioon myös oluiden hankintakustannus. Lähikaupassa yksi tölkki maksaa euron, Virossa 0,50 euroa. Kumpi hankintatapa on kokonaiskustannuksiltaan edullisempi, ja paljonko Rapen ”juomaharrastus” tulee tällöin maksamaan viikossa? (2p)

Kaavakokoelma

$$\mathbf{x}^* = \left(\frac{a_{22} - a_{21}}{a_{11} + a_{22} - a_{12} - a_{21}}, \frac{a_{11} - a_{12}}{a_{11} + a_{22} - a_{12} - a_{21}} \right)$$

$$\mathbf{y}^* = \left(\frac{a_{22} - a_{12}}{a_{11} + a_{22} - a_{12} - a_{21}}, \frac{a_{11} - a_{21}}{a_{11} + a_{22} - a_{12} - a_{21}} \right)$$

$$v^* = \frac{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}}{a_{11} + a_{22} - a_{12} - a_{21}}$$

$$y^* = \sqrt{\frac{2KD}{h}} \sqrt{\frac{h+p}{p}} \quad S^* = \sqrt{\frac{2K D p}{h(p+h)}} \quad w^* = \sqrt{\frac{2K D h}{p(p+h)}}$$

$$t_0^* = \sqrt{\frac{2K(h+p)}{Dhp}} \quad TCU(y^*, w^*) = \sqrt{\frac{2K D h p}{p+h}}$$

$$y^* = \sqrt{\frac{2KD}{h(1-\frac{D}{\alpha})}} \quad t_0^* = \sqrt{\frac{2K}{Dh(1-\frac{D}{\alpha})}} \quad TCU(y^*) = \sqrt{2K D h \left(1 - \frac{D}{\alpha}\right)}$$